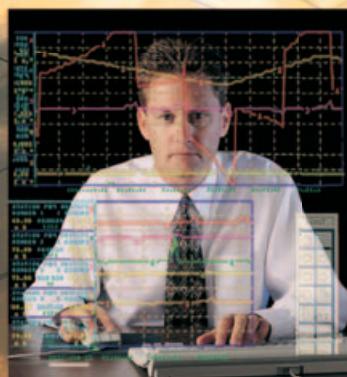


Analýza elektrizačnej sústavy



AUTOR IGNITCORTIE

Technická
univerzita
Košice



OBSAH

| | |
|--|------------|
| OBSAH | 5 |
| I. | |
| OBSAH I. | 13 |
| USTÁLENÉ CHODY V ELEKTRIZAČNÝCH SÚSTAVÁCH..... | 15 |
| 1 RIEŠENIE ELEKTRICKÝCH SIETÍ | 15 |
| 1.1 Topológia elektrických sietí | 16 |
| 1.2 Metóda uzlových napäť (MUN)..... | 20 |
| 1.3 Metóda slúčkových prúdov (MSP) | 28 |
| 2 RIEŠENIE USTÁLENÝCH CHODOV V ES..... | 37 |
| 2.1 Modely prvkov ES pre výpočet ustáleného chodu | 37 |
| 2.1.1 Model vedenia | 37 |
| 2.1.2 Model trojfázového transformátora..... | 38 |
| 2.1.3 Model zaťaženia..... | 42 |
| 2.1.4 Model generátora | 43 |
| 2.2 Klasifikácia uzlov v ES | 43 |
| 2.3 Matematický model ustáleného chodu ES..... | 44 |
| 2.3.1 Výpočet ustáleného chodu ako lineárna úloha | 44 |
| 2.3.2 Výpočet ustáleného chodu ako nelineárna úloha..... | 48 |
| 2.4 Výpočet ustáleného chodu pomocou Gaussovej eliminačnej metódy..... | 49 |
| 2.5 Výpočet ustáleného chodu pomocou Gauss-Seidlovej metódy | 55 |
| 2.6 Výpočet ustáleného chodu pomocou Newtonovej iteráčnej metódy... | 61 |
| 2.7 Výpočet kompenzačného výkonu v uzloch siete, potrebného pre udržanie predpísaného napäťia | 68 |
| 2.8 Výpočet ustáleného chodu elektrizačnej sústavy s elektrickými sietami rôznych napäťových úrovni | 72 |
| 3 RIEŠENIE USTÁLENÝCH CHODOV V ZLOŽITÝCH ES..... | 79 |
| 3.1 Uvažovanie riedkych matíc | 79 |
| 3.2 Ekvivalentovanie pri výpočte UCH | 80 |
| 3.3 Rozdelenie na subsystémy s rozdelením rovníc | 82 |
| 4 ROZDELENIE PRÚDOV, VÝKONOV VO VEDENIACH A URČENIE VÝKONOVÝCH STRÁT V SIETI..... | 85 |
| 4.1 Rozdelenie prúdov vo vedeniach | 85 |
| 4.2 Rozdelenie výkonov vo vedeniach | 86 |
| 4.3 Určenie výkonových strát v sieti | 88 |
| 5 OPTIMALIZÁCIA REŽIMOV V ELEKTRICKÝCH SIEŤACH | 97 |
| 5.1 Optimalizácia režimov elektrických sietí | 97 |
| 5.2 Metódy optimalizácie | 97 |
| 5.1 Metódou redukovaného gradientu..... | 99 |
| 6 ESTIMÁCIA STAVU ELEKTRIZAČNEJ SÚSTAVY | 103 |
| 6.1 Analýza pozorovania (merania) v ES | 103 |
| 6.2 Matematické modely používané pri odhadе stavu | 106 |
| 6.3 Princíp estimačnej metódy vážených najmenších štvorcov | 109 |
| 6.4 Minimalizácia kritéria VNS pri estimácii ES..... | 110 |
| 6.5 Detekcia a identifikácia chybných dát pri odhadе stavu ES | 111 |
| LITERATÚRA | 119 |

| | |
|--|------------|
| II. | |
| OBSAH II..... | 123 |
| 1 ELEKTRICKÁ ENERGIA A JEJ VLASTNOSTI..... | 127 |
| 2 VÝVOJ A ROZVOJ ELEKTRIZAČNÝCH SÚSTAV | 129 |
| 3 ZÁKLADNÉ ELEKTROENERGETICKÉ POJMY | 130 |
| 4 ZÁKLADNÉ TYPY A PROBLEMATIKA ROZVODNÝCH SÚSTAV | 133 |
| 5 SPÔSoby PREVÁDZKY ELEKTRICKÝCH SIETÍ | 137 |
| 6 PROBLÉMY VEĽKÝCH ELEKTRIZAČNÝCH SÚSTAV | 139 |
| 7 ELEKTRICKÉ PARAMETRE PRVKOV ELEKTRIZAČNEJ SÚSTAVY.. | 141 |
| 7.1 Elektrické parametre vonkajších vedení | 141 |
| 7.1.1 Ohmický odpor – rezistencia | 142 |
| 7.1.2 Indukčnosť a induktívna reaktancia | 146 |
| 7.1.2.1 Indukčnosť jednofázového vedenia – jedného vodiča. | 149 |
| 7.1.2.2 Indukčnosť dvojitého jednofázového vedenia..... | 150 |
| 7.1.2.3 Indukčnosť trojfázového vedenia..... | 150 |
| 7.1.2.4 Indukčnosť dvojitého trojfázového vedenia | 152 |
| 7.1.2.5 Transpozícia (zákrut) vodičov..... | 154 |
| 7.1.2.6 Indukčnosť zväzkových vodičov | 155 |
| 7.1.3 Zvod – konduktancia..... | 156 |
| 7.1.4 Kapacita a kapacitná reaktancia | 157 |
| 7.1.4.1 Kapacita dvojvodičového vedenia (jednofázového) | 159 |
| 7.1.4.2 Kapacita trojfázového vedenia bez uzemňovacieho lana | 162 |
| 7.1.4.3 Kapacita dvojitého trojfázového vedenia bez uzemňovacieho lana | 166 |
| 7.1.4.4 Kapacita trojfázového vedenia s uzemňovacím lanom | 167 |
| 7.1.4.5 Kapacita trojfázového vedenia s dvoma uzemňovacími lanami | 170 |
| 7.1.4.6 Kapacita dvojitého trojfázového vedenia s jedným uzemňovacím lanom | 171 |
| 7.1.4.7 Kapacita dvojitého trojfázového vedenia s dvoma uzemňovacími lanami | 172 |
| 7.1.4.8 Kapacita vedení so zväzkovými vodičmi | 174 |
| 7.1.5 Nabíjací prúd a nabíjací výkon vedenia | 177 |
| 7.2 Elektrické parametre káblowych vedení | 178 |
| 7.2.1 Ohmický odpor – rezistencia | 178 |
| 7.2.2 Indukčnosť, induktívna reaktancia | 178 |
| 7.2.3 Zvod (konduktancia) káblov – vodivosť izolácie | 179 |
| 7.2.4 Kapacita a kapacitná reaktancia | 180 |
| 8 VEDENIE S ROZLOŽENÝMI PARAMETRAMI – DLHÉ VEDENIA | 189 |
| 8.1 Odvodenie základných rovníc..... | 189 |
| 8.2 Riešenie vedení s rozloženými parametrami..... | 194 |
| 8.2.1 Presné riešenie vedení s rozloženými parametrami | 194 |
| 8.2.2 Náhradné články | 195 |
| 8.2.2.1 Γ článok | 195 |
| 8.2.2.2 Π článok | 196 |
| 8.2.2.3 T článok..... | 198 |
| 8.2.2.4 Steinmetzov článok..... | 199 |
| 8.3 Vlnové rovnice pri rôznych stavoch zaťaženia | 201 |
| 8.3.1 Vedenie ukončené lubovoľhou zaťažovacou impedanciou..... | 202 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 8.3.2 | Vedenie v stave naprázdno..... | 204 |
| 8.3.3 | Vedenie v stave nakrátka..... | 206 |
| 8.3.4 | Vedenia ukončené vlnovou impedanciou $Z_2 = Z_v$ | 207 |
| 8.4 | Výkonové pomery a straty diaľkového prenosu..... | 211 |
| 9 | KOMPENZÁCIA V ROZVODNEJ SÚSTAVE | 219 |
| 9.1 | Kompenzácia vedenia..... | 219 |
| 9.1.1 | Sériová kompenzácia vedenia..... | 219 |
| 9.1.2 | Paralelná kompenzácia vedenia | 221 |
| 9.2 | Kompenzácia induktívneho odberu odberateľa paralelným kondenzátorom na konci vedenia | 223 |
| 10 | REGULÁCIA NAPÄTIA DLHÝCH VEDENIÍ | 229 |
| 11 | RIEŠENIE ROZVODNÝCH SIETÍ S UVAŽOVANÍM POZDÍŽNEJ IMPEDANCIE, ZAŤAŽENÝCH ODBERMI S FÁZOVÝM POSUNOM ... | 231 |
| 12 | RIEŠENIE ELEKTRICKÝCH VEDENIÍ A SIETÍ | 235 |
| 12.1 | Jednoduché jednofázové a jednosmerné siete napájané z jednej strany | 236 |
| 12.1.1 | Výpočet vedení s diskrétnymi záťažami s uvažovaním rezistancie R a $\cos \varphi = 1$ | 236 |
| 12.1.2 | Výpočet vedení so spojitou záťažou..... | 239 |
| 12.1.3 | Výpočet jednofázových vedení s diskrétnymi záťažami, $\cos \varphi \neq 1$ a rezistanciou R | 241 |
| 12.1.4 | Výpočet rozvetvených vedení napájaných z jednej strany s rezistanciou R | 243 |
| 12.2 | Jednosmerné a jednofázové vedenia s $\cos \varphi = 1$ napájané z dvoch strán..... | 245 |
| 12.2.1 | Výpočet vedení s diskrétnymi záťažami..... | 245 |
| 12.2.2 | Výpočet vedení s rovnomernou (spojitou) záťažou..... | 247 |
| 12.3 | Jednoduché vedenia napájané z dvoch strán pri $\cos \varphi \neq 1$ | 248 |
| 12.4 | Výpočet vedení v tvare viacramenného uzla | 251 |
| 12.5 | Riešenie uzlových sietí..... | 255 |
| 12.5.1 | Metóda Kirchoffových zákonov (MKZ)..... | 255 |
| 12.5.2 | Metóda úpravy tvaru siete (metóda transfigurácie) | 256 |
| 12.5.3 | Metóda superpozície..... | 259 |
| 12.6 | Viacfázové siete..... | 260 |
| 12.6.1 | Výpočet sietí napájaných z jednej strany s uvažovaním rezistancie vedenia R a $\cos \varphi = 1$ | 260 |
| 13 | DIMENZOVANIE VODIČOV V ROZVODE ELEKTRICKEJ ENERGIE... | 281 |
| 13.1 | Dimenzovanie vodičov podľa dovolenej prevádzkovej teploty..... | 281 |
| 13.1.1 | Dovolené oteplenie vodiča konštantným (stálym) prúdom..... | 281 |
| 13.1.2 | Dovolené prúdové zaťaženie vodičov | 285 |
| 13.1.3 | Otepľovanie vodiča prúdom skokovo premenlivým | 287 |
| 13.2 | Dimenzovanie vodičov podľa účinkov skratových prúdov | 288 |
| 13.2.1 | Tepelný účinok skratového prúdu | 288 |
| 13.2.2 | Mechanický účinok skratového prúdu..... | 290 |
| 13.3 | Dimenzovanie vodičov s ohľadom na hospodárne zaťaženie | 291 |
| 13.4 | Dimenzovanie vodičov podľa úbytku napäťia..... | 293 |
| 13.5 | Dimenzovanie podľa mechanického napäťia | 293 |
| 13.6 | Dimenzovanie vodičov z hľadiska správnej funkcie pri ochrane pred úrazom elektrickým prúdom..... | 294 |

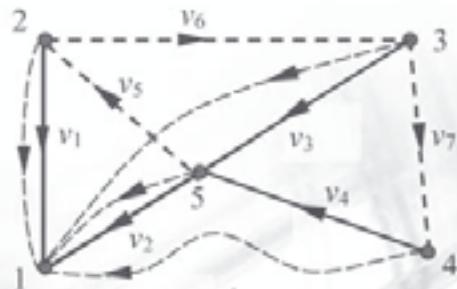
| | |
|---|------------|
| 14 ISTEŇIE VODIČOV V ROZVODE ELEKTRICKEJ ENERGIE | 295 |
| 14.1 Poistiky..... | 295 |
| 14.2 Ističe | 297 |
| 14.3 Nadprúdové istiace relé | 298 |
| 15 JEDNOSMERNÉ PRENOSY | 301 |
| 15.1 Porovnanie prenosu elektrickej energie striedavým a jednosmerným prúdom..... | 302 |
| 15.1.1 Porovnanie prenosovej schopnosti striedavého a jednosmerného prenosu..... | 302 |
| 15.1.1.1 Porovnanie prenosovej schopnosti pri prevádzke s napäťom blízkym kritickému napätiu koróny | 303 |
| 15.1.1.2 Porovnanie prenosovej schopnosti za predpokladu rovnakej hmotnosti vedenia | 304 |
| 15.1.1.3 Porovnanie prenosovej schopnosti pri rovnakých izolačných hladinách a prierezoch..... | 305 |
| 15.1.2 Porovnanie výkonových strát jednosmerného a striedavého prenosu | 305 |
| 15.1.2.1 Porovnanie výkonových strát pri prevádzke s napäťim blízkym kritickému napätiu koróny | 306 |
| 15.1.2.2 Porovnanie výkonových strát za predpokladu rovnakej hmotnosti vedenia | 306 |
| 15.1.2.3 Porovnanie výkonových strát pri rovnakých izolačných hladinách a prierezoch | 307 |
| 15.1.3 Porovnanie úbytku napäťia jednosmerného a striedavého prenosu..... | 308 |
| 15.1.3.1 Porovnanie úbytku napäťia pri prevádzke s napäťim blízkym kritickému napätiu koróny | 308 |
| 15.1.3.2 Porovnanie úbytku napäťia za predpokladu rovnakej hmotnosti vedenia | 309 |
| 15.1.3.3 Porovnanie úbytku napäťia pri rovnakých izolačných hladinách a prierezoch | 309 |
| 15.2 Základné usporiadanie prenosu jednosmerným prúdom | 310 |
| 15.2.1 Prenos veľkých výkonov na veľké vzdialenosťi | 310 |
| 15.2.2 Zväčšenie prenosovej schopnosti (výkonnosti) striedavej oblasti. | 312 |
| 15.2.3 Prepojenie nezávislých striedavých sústav..... | 314 |
| LITERATÚRA | 316 |

III.

| | |
|---|------------|
| OBSAH III..... | 319 |
| SKRATY A STABILITA V ELEKTRIZAČNÝCH SÚSTAVÁCH | 321 |
| PRECHODNÉ JAVY V ELEKTRIZAČNÝCH SÚSTAVÁCH | 321 |
| 1. ELEKTROMAGNETICKÉ PRECHODNÉ JAVY | 323 |
| 1.1 Časové priebehy skratových prúdov | 323 |
| 1.2 Veličiny pre dimenzovanie elektrických zariadení proti účinkom skratových prúdov..... | 329 |

| | | |
|-------------------------|--|------------|
| 1.3 | Výpočet skratových prúdov v trojfázových sústavách..... | 331 |
| 1.3.2 | Dvojfázový skrat | 335 |
| 1.3.3 | Dvojfázový zemný skrat | 337 |
| 1.3.4 | Jednofázový skrat | 338 |
| 1.3.5 | Porovnanie velkostí skratových prúdov | 340 |
| 1.3.6 | Príklady výpočtov skratových prúdov v trojfázových striedavých sústavách | 342 |
| 1.3.6.1 | Zjednodušujúce podmienky a postup výpočtu skratových pomerov | 343 |
| 1.3.6.2 | Parametre prvkov skratového obvodu | 345 |
| 1.3.7 | Výpočet skratových prúdov v zložitých trojfázových striedavých sústavách | 364 |
| 1.3.7.1 | Výpočet trojfázového skratu v zložitých ES..... | 365 |
| 1.3.7.2 | Metóda skratovej impedančnej matice | 367 |
| 1.4 | Zemné spojenia v sieťach prevádzkovaných s neúčinne uzemnenýmneutrálnym bodom transformátora | 369 |
| 1.4.1 | Trvalé zemné spojenie v izolovanej vn sieti..... | 370 |
| 1.4.2 | Trvalé zemné spojenie v kompenzovanej vn sieti..... | 373 |
| 2. | ELEKTROMECHANICKÉ PRECHODNÉ JAVY | 379 |
| 2.1 | Statická stabilita..... | 381 |
| 2.2 | Dynamická stabilita sústavy..... | 391 |
| LITERATÚRA | 405 | |

I



$$R_k^2 = \frac{\Delta P_k}{3 \cdot I_n^2} = \frac{\Delta P_k}{3 \cdot (S_n)^2} = \Delta P_k \cdot \frac{U_{ns}^2}{S_n^2}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ M \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \\ M \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial U_2} & \frac{\partial P_2}{\partial U_3} & \Lambda & \frac{\partial P_2}{\partial U_n} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \Lambda & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial P_3}{\partial U_2} & \frac{\partial P_3}{\partial U_3} & \Lambda & \frac{\partial P_3}{\partial U_n} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \Lambda & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_n} \\ M & M & M & M & M & M & M & M \\ \frac{\partial P_n}{\partial U_2} & \frac{\partial P_n}{\partial U_3} & \Lambda & \frac{\partial P_n}{\partial U_n} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_3} & \Lambda & \frac{\partial P_n}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial U_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial U_3} & \Lambda & \frac{\partial Q_2}{\partial U_n} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \Lambda & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_n} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial U_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial U_3} & \Lambda & \frac{\partial Q_3}{\partial U_n} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \Lambda & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_n} \\ M & M & M & M & M & M & M & M \\ \frac{\partial Q_n}{\partial U_2} & \frac{\partial Q_n}{\partial U_3} & \Lambda & \frac{\partial Q_n}{\partial U_n} & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_3} & \Lambda & \frac{\partial Q_n}{\partial \delta_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_2 \\ \Delta U_3 \\ \Delta U_n \\ \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix}.$$

The matrix has 8 rows and 8 columns. The first seven rows correspond to the equations for $\Delta P_2, \Delta P_3, M, \Delta P_n, \Delta Q_2, \Delta Q_3, M, \Delta Q_n$ respectively. The last row is zero. The columns are labeled $\Delta U_2, \Delta U_3, \Delta U_n, \Delta \delta_2, \Delta \delta_3, \Delta \delta_n$. The matrix is symmetric and banded. The diagonal elements are $\frac{\partial P_i}{\partial U_i}$ and $\frac{\partial Q_i}{\partial U_i}$ for $i=2, 3, n$, and M for the third row. The super-diagonal elements are $\frac{\partial P_i}{\partial U_j}$ and $\frac{\partial Q_i}{\partial U_j}$ for $i > j$. The sub-diagonal elements are $\frac{\partial P_i}{\partial U_j}$ and $\frac{\partial Q_i}{\partial U_j}$ for $i < j$. The off-diagonal elements are Λ .

OBSAH

| | |
|---|------------|
| USTÁLENÉ CHODY V ELEKTRIZAČNÝCH SÚSTAVÁCH..... | 15 |
| 1 RIEŠENIE ELEKTRICKÝCH SIETÍ | 15 |
| 1.1 Topológia elektrických sietí | 16 |
| 1.2 Metóda uzlových napäť (MUN)..... | 20 |
| 1.3 Metóda slučkových prúdov (MSP) | 28 |
| 2 RIEŠENIE USTÁLENÝCH CHODOV V ES | 37 |
| 2.1 Modely prvkov ES pre výpočet ustáleného chodu | 37 |
| 2.1.1 Model vedenia..... | 37 |
| 2.1.2 Model trojfázového transformátora | 38 |
| 2.1.3 Model zataženia | 42 |
| 2.1.4 Model generátora..... | 43 |
| 2.2 Klasifikácia uzlov v ES | 43 |
| 2.3 Matematický model ustáleného chodu ES..... | 44 |
| 2.3.1 Výpočet ustáleného chodu ako lineárna úloha..... | 44 |
| 2.3.2 Výpočet ustáleného chodu ako nelineárna úloha | 48 |
| 2.4 Výpočet ustáleného chodu pomocou Gaussovej eliminačnej metódy | 49 |
| 2.5 Výpočet ustáleného chodu pomocou Gauss-Seidlovej metódy..... | 55 |
| 2.6 Výpočet ustáleného chodu pomocou Newtonovej iteračnej metódy | 61 |
| 2.7 Výpočet kompenzačného výkonu v uzloch siete, potrebného pre udržanie predpísaného napäťia | 68 |
| 2.8 Výpočet ustáleného chodu elektrizačnej sústavy s elektrickými sieťami rôznych napäťových úrovní..... | 72 |
| 3 RIEŠENIE USTÁLENÝCH CHODOV V ZLOŽITÝCH ES..... | 79 |
| 3.1 Uvažovanie riedkych matíc | 79 |
| 3.2 Ekvivalentovanie pri výpočte UCH..... | 80 |
| 3.3 Rozdelenie na subsystémy s rozdelením rovnic | 82 |
| 4 ROZDELENIE PRÚDOV, VÝKONOV VO VEDENIACH A URČENIE VÝKONOVÝCH STRÁT V SIETI..... | 85 |
| 4.1 Rozdelenie prúdov vo vedeniach | 85 |
| 4.2 Rozdelenie výkonov vo vedeniach..... | 86 |
| 4.3 Určenie výkonových strát v sieti | 88 |
| 5 OPTIMALIZÁCIA REŽIMOV V ELEKTRICKÝCH SIEŤACH | 97 |
| 5.1 Optimalizácia režimov elektrických sietí..... | 97 |
| 5.2 Metódy optimalizácie | 97 |
| 5.1 Metódou redukovaného gradientu..... | 99 |
| 6 ESTIMÁCIA STAVU ELEKTRIZAČNEJ SÚSTAVY | 103 |
| 6.1 Analýza pozorovania (merania) v ES | 103 |
| 6.2 Matematické modely používané pri odhadе stavu | 106 |
| 6.3 Princíp estimačnej metódy vážených najmenších štvorcov | 109 |
| 6.4 Minimalizácia kritéria VNŠ pri estimácii ES | 110 |
| 6.5 Detekcia a identifikácia chybných dát pri odhadе stavu ES | 111 |
| LITERATÚRA | 119 |

USTÁLENÉ CHODY V ELEKTRIZAČNÝCH SÚSTAVÁCH

Ustálený chod elektrizačnej sústavy (ES) je prevádzkový stav sústavy, pri ktorom je možné považovať jej premenné parametre za konštantné. Potreba poznania činných a jalových výkonov, prúdov a napäťových pomeroval na jednotlivých prvkoch a v uzloch ES je nutná pri riadení prevádzky a tiež pri návrhu ďalšieho rozvoja ES. Hodnoty vypočítané v ustálenom stave sú ďalej použité ako východzie údaje pri riešení prechodných javov (skraty, statická a dynamická stabilita) a rad optimalizačných úloh, ako je hospodárne rozdeľovanie výroby činných a jalových výkonov, optimálna regulácia napäťia a pod.

1 RIEŠENIE ELEKTRICKÝCH SIETÍ

Úlohou elektrických sietí je dopraviť elektrickú energiu spotrebiteľom. Elektrické siete sú tvorené súhrnom vedení rovnakého menovitého napäťia. Tieto vedenia môžu byť vyhotovené ako vzdušné na rôznych typoch stožiarov, alebo ako káblové.

Správny návrh sietí si vyžaduje poznať prúdy, ktoré vedeniami tečú, či už v jestvujúcom alebo navrhovanom stave. Určenie veľkosti týchto prúdov (prípadne im zodpovedajúcich výkonov) bude náplňou tejto kapitoly. V prípade jestvujúcej siete to bude **analýza** (výpočet veľkosti prúdov, prípadne úbytkov napäťia, výkonových strát v sieti a pod.). Ak navrhujeme novú sieť, pôjde o **syntézu** (výpočet veľkosti prúdov vo vettvách siete a návrh prierezov vodičov tak, aby sa dodržali dovolené úbytky napäťia, resp. iné kritériá, napr. dovolené straty výkonov).

Na riešenie elektrických sietí v ES využívame metódy vypracované v teoretickej elektrotechnike pre riešenie všeobecných elektrických sietí. Vzhľadom na špecifický charakter elektrických sietí v ES je potrebné tieto metódy upraviť. Boli vypracované špeciálne metódy pre riešenie týchto sietí. Takýchto metód vrátane ich rôznych modifikácií existuje celý rad. Mnohé z nich boli vhodné iba pre manuálny výpočet a pri využívaní výpočtovej techniky stratili význam. Naopak, výpočtová technika umožňuje používať metódy, ktoré by pri manuálnom výpočte boli časove veľmi náročné.

Elektrické siete v súčasnosti predstavujú zložité útvary s mnohými prvkami. Riešiť takúto sieť pri uvažovaní všetkých parametrov by bola úloha veľmi náročná. Preto sa usilujeme pri riešení použiť zjednodušené spôsoby so zanedbaním niektorých skutočností. Podmienkou pritom je, aby takéto zjednodušenie neznížilo presnosť dosiahnutých výsledkov pod hranicu priateľnú z hľadiska užívateľa výsledkov riešenia. Takýmto zjednodušením môže byť zanedbanie priečnej admitancie prvkov v sieti, zanedbanie činného odporu (obvykle v sietiach vn a vvn pri pomere $X/R > 3$) alebo induktívnej reaktancie (najčastejšie v sietiach nn pre $R/X > 3$).

Prenos elektrickej energie vedením sa deje formou elektromagnetických vĺn šíriacich sa na vedení. Ak je dĺžka vedenia v porovnaní s dĺžkou vlny malá, ho-

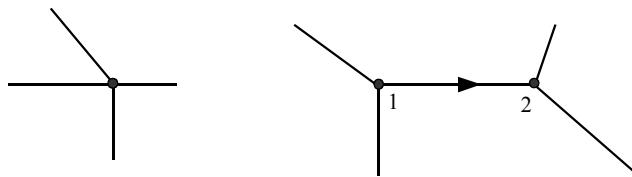
voríme o krátkych vedeniach, pri ktorých uvažujeme parametre sústredené do jedného bodu. V súčasnosti však máme diaľkové prenosy dlhé niekoľko sto kilometrov, pri ktorých už musíme uvažovať s rozloženými parametrami. V tejto kapitole budeme hovoriť o krátkych vedeniach so sústredenými parametrami.

1.1 TOPOLOGIA ELEKTRICKÝCH SIETÍ

Topológia sa zaoberá vyšetrovaním vlastností geometrických útvarov a vzťahov medzi nimi. Jej aplikácia na elektrické siete je topológia elektrických sietí.

Uzol v elektrickej sieti je miesto vodivého spojenia dvoch alebo viacerých prvkov siete, obr. 1.1 a). Uzol elektrickej siete môže byť napájací (s prívodom elektrickej energie), zátažný (s odberom elektrickej energie) alebo všeobecný (bez napájania a záťaže).

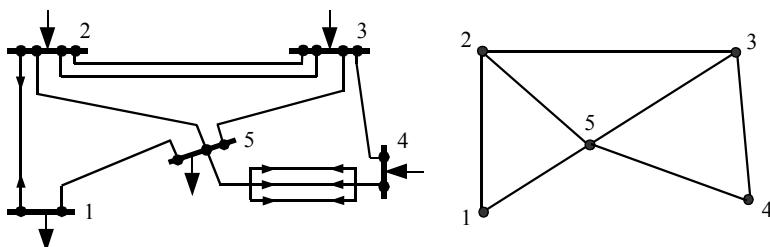
Vetva elektrickej siete je vodivé spojenie dvoch uzlov, obsahujúce aspoň jeden prvk siete, avšak žiadny iný uzol. Ak jeden uzol zvolíme za začiatok a druhý za koniec vety, je to orientovaná veta. Orientáciu vety vyznačujeme šípkou, smerujúcou od začiatku ku koncu vety, obr. 1.1 b).



Obr. 1.1 a) Uzol siete

b) Orientovaná veta siete

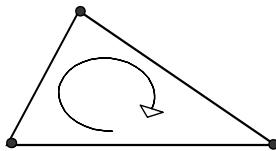
Kostra elektrickej siete (obr. 1.2) je geometrický útvar, vytvorený nahradením všetkých prvkov siete priamym prepojením uzlov. Ak všetky vety orientujeme, hovoríme o orientovanej kostre siete.



Obr. 1.2 a) Elektrická sieť

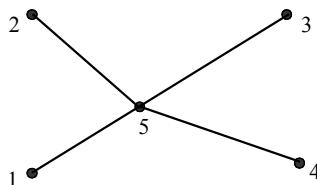
b) Kostra elektrickej siete

Slučka je postupnosť konečného počtu nepretínajúcich sa vetiev, nadväzujúcich na seba v uzloch spojito tak, že sa po nich vrátíme do začiatocného uzla prvej vety. Možno ju tiež orientovať (Obr. 1.3).



Obr. 1.3 Orientovaná slučka elektrickej siete

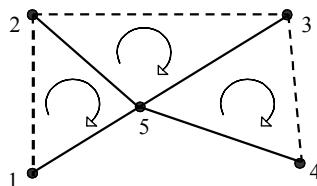
Strom kostry siete je ktorákoľvek časť kostry neobsahujúca slučku. Úplný strom kostry je každý strom kostry, ktorého vetvy sú incidentné so všetkými uzlami siete (obr. 1.4). Ak má kostra elektrickej siete k uzlov, potom počet vetiev jej úplného stromu je $m = k - 1$



Obr. 1.4 Úplný strom kostry siete z obr. 1.2

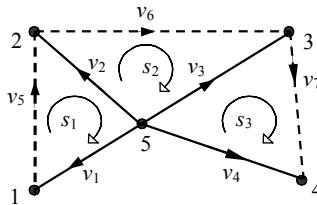
Nezávislá vetva elektrickej siete je vetva, ktorú neobsahuje úplný strom. Množina všetkých takýchto vetiev tvorí úplný (maximálny) systém nezávislých vetiev. Na obr. 1.5 je vyznačený prerušovanou čiarou.

Lineárne nezávislá slučka vzniká pridaním jednej nezávislej vetvy k úplnému stromu kostry. Všetky lineárne nezávislé slučky tvoria úplný systém nezávislých slučiek (obr. 1.5).



Obr. 1.5 Úplný systém nezávislých slučiek

Kedže úplný strom kostry možno v elektrickej sieti zostrojiť viacerými spôsobmi, existuje pre danú sieť aj viacero úplných systémov nezávislých slučiek. Ak orientácia nezávislých slučiek je v súlade s orientáciou nezávislých vetiev, ktoré tieto slučky obsahujú, hovoríme o dobre orientovanom systéme nezávislých slučiek (obr. 1.6).

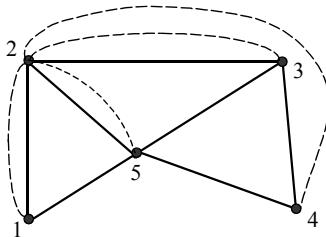


Obr. 1.6 Dobre orientovaný systém nezávislých slučiek

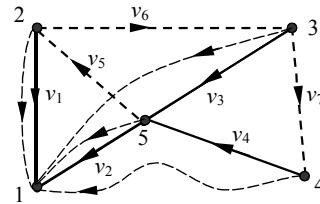
Medzi počtom uzlov k , počtom vetiev l a počtom nezávislých slučiek n platí vzťah $l=n+(k-1)$

Spojením dvoch uzlov kostry zapojenia siete dostávame cesty. Ak zostrojíme v kostre zapojenia cesty tak, že ľubovoľný i -ty uzol je spoločným krajným uzlom cest, pričom všetky ostatné uzly sú druhé krajné uzly cest, dostaneme tzv. úplný systém ciest (obr. 1.7).

Spoločný krajný uzol cest je referenčný uzol, ostatné uzly sú nezávislé uzly. Cesty možno aj orientovať. Vhodný spôsob orientácie je taký, pri ktorom je referenčný uzol koncovým uzlom všetkých cest. Ak úplný systém ciest obsahuje len vety niektorého úplného stromu kostry, je to úplný systém hlavných cest. Ak sú tieto cesty orientované súhlasne s orientáciou vetiev, ide o tzv. dobre orientovaný úplný systém hlavných cest (obr. 1.8).



Obr. 1.7 Úplný systém ciest



Obr. 1.8 Dobre orientovaný úplný systém hlavných cest

Vzájomnú súvislosť vetiev, uzlov a slučiek vyjadrujeme v topológií elektrických sietí pomocou tzv. incidenčných matíc (incidencia je vzťah medzi dvoma útvarmi, z ktorých jeden je súčasťou druhého). Napríklad súvislosť vety v_4 s uzlami siete podľa (obr. 1.6) môžeme zapísť vzťahom:

$$v_4 = +B_5 - B_4, \quad (1.1)$$

čo znamená, že veta v_4 vychádza z uzla 5 a vchádza do uzla 4. Tak možno zapísť všetky vety siete, čo v sieti s k – uzlami a l – vetvami dáva nasledovný systém rovníc:

$$\begin{aligned}
v_1 &= k_{11} \cdot B_1 + k_{12} \cdot B_2 + \dots + k_{1k} \cdot B_k, \\
v_2 &= k_{21} \cdot B_1 + k_{22} \cdot B_2 + \dots + k_{2k} \cdot B_k, \\
&\vdots \\
v_l &= k_{l1} \cdot B_1 + k_{l2} \cdot B_2 + \dots + k_{lk} \cdot B_k.
\end{aligned} \tag{1.2}$$

Koeficienty k_{ij} v rovniciach (1.2) môžu nadobudnúť hodnoty $+1, -1, 0$. V maticovom zápisu rovnice (1.2) majú tvar:

$$[v] = [K] \cdot [B], \tag{1.3}$$

kde

$$[v] = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_l \end{bmatrix}, \quad [K] = \begin{bmatrix} k_{11}, k_{12}, \dots, k_{1k} \\ k_{21}, k_{22}, \dots, k_{2k} \\ \vdots \\ k_{l1}, k_{l2}, \dots, k_{lk} \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_k \end{bmatrix}. \tag{1.4}$$

Matica $[K]$ je tzv. prvá incidenčná matica (nazývaná tiež matica Poincarého). Vypustením jedného alebo viacerých stĺpcov z tejto matice získame tzv. redukovanú prvú incidenčnú maticu $[K_r]$. Uzly patriace k vypusteným stĺpcom sú tzv. referenčné uzly. Ostatné uzly sú nezávislé uzly.

V našom prípade v sieti podľa obr. 1.6 môžeme písť maticu $[K]$, resp. $[K_r]$ (zvoľme uzol B_5 za referenčný):

$$[K] = v_1 \begin{bmatrix} B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & B_5 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ v_2 & 0 & -1 & 0 & 0 & +1 \\ v_3 & 0 & 0 & -1 & 0 & +1 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & -1 & +1 \\ v_5 & +1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ v_6 & 0 & +1 & -1 & 0 & 0 \\ v_7 & 0 & 0 & +1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad [K_r] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ +1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & -1 \end{bmatrix}. \tag{1.5}$$

Ďalšou, druhou incidenčnou maticou, môžeme zapísť súvislosť vetiev a slučiek. Napríklad slučka s_1 (obr. 1.6) je incidentná s vetvami v_1, v_2, v_5 , pričom je rovnako orientovaná ako vety v_1 a v_5 (označíme to kladným znamienkom) a opačne orientovaná ako v_2 (čo označíme záporným znamienkom). Zapíšeme to rovnicou:

$$s_1 = v_1 - v_2 + v_5. \tag{1.6}$$

Pre sieť, ktorá má l vetiev a n lineárne nezávislých slučiek, môžeme písť:

$$[s] = [C]^T \cdot [v], \quad (1.7)$$

kde

$$[s] = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ M \\ s_l \end{bmatrix}, \quad [C]^T = \begin{bmatrix} c_{11}, c_{12}, K, c_{1l} \\ c_{21}, c_{22}, K, c_{2l} \\ M \\ c_{n1}, c_{n2}, K, c_{nl} \end{bmatrix}, \quad [v] = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ M \\ v_l \end{bmatrix}. \quad (1.8)$$

Matica $[C]^T$ je transponovaná matica k matici $[C]$. Matica $[C]$ je druhá incidenčná matica. Na obr. 1.6 máme sieť, pre ktorú môžeme písť druhú incidenčnú maticu takto:

$$[C] = v_1 \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \\ +1 & 0 & 0 \\ v_2 & -1 & +1 & 0 \\ v_3 & 0 & -1 & +1 \\ v_4 & 0 & 0 & -1 \\ v_5 & +1 & 0 & 0 \\ v_6 & 0 & +1 & 0 \\ v_7 & 0 & 0 & +1 \end{bmatrix}. \quad (1.9)$$

1.2 METÓDA UZLOVÝCH NAPÄTÍ (MUN)

Táto metóda spočíva vo vyjadrení základných premenných pomocou napäti uzlov voči zvolenému referenčnému uzlu. Predpokladáme sieť s k uzlami z toho z je záťažných. Postup topologickej prípravy siete je nasledovný:

- zostrojíme kostru zapojenia siete,
- zvolíme referenčný uzol (jeden z napájačov),
- očislujeme napájacie uzly ($0, 1, 2, \dots, k-z-1$) a záťažné uzly ($k-z, k-z+1, \dots, k-1$),
- označíme vetvy a orientujeme ich,
- označíme uzlové napäcia a prúdy.

Maticu uzlových napäti označme $[U]$, pričom:

$$[U] = \begin{bmatrix} U^* \\ U^* \end{bmatrix}, \quad (1.10)$$

$[U^*]$ – matica uzlových napäti napájajúcich uzlov obsahuje prvky $(U_1^*, \dots, U_{k-z-1}^*)$,

$[U^*]$ – matica uzlových napäti záťažných uzlov obsahuje prvky ($U_{k-z}^*, \dots, U_{k-l}^*$).

Medzi vetrovými a uzlovými napätiami platí:

$$[\Delta U] = [Kr].[U] \quad (1.11)$$

$[\Delta U]$ – matica úbytkov napäti v jednotlivých vetvach,

$[Kr]$ – redukovaná 1. incidenčná matica.

Pre úbytky napäti vo vetrovach podľa Ohmovho zákona platí:

$$[\Delta U] = [Z].[I], \quad (1.12)$$

$[Z]$ – matica vetrových impedancií. V prípade, že máme sieť bez vzájomných indukčností medzi vetrovami, je táto matica diagonálna.

$[I]$ – matica vetrových prúdov, zo vzťahu (1.12) sa dá vyjadriť ako:

$$[I] = [Z]^{-1} \cdot [\Delta U], \quad (1.13)$$

Dosadením (1.11) do (1.13) má matica vetrových prúdov tvar:

$$[I] = [Z]^{-1} \cdot [Kr].[U], \quad (1.14)$$

Vynásobením tejto rovnice zľava výrazom $[Kr]^T$ dostaneme:

$$[Kr]^T \cdot [I] = [Kr]^T \cdot [Z]^{-1} \cdot [Kr].[U], \quad (1.15)$$

kde

$$[Kr]^T \cdot [I] = \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} - \text{matica uzlových prúdov}, \quad (1.16)$$

$$[Kr]^T \cdot [Z]^{-1} \cdot [Kr] = \begin{bmatrix} Y \end{bmatrix} - \text{matica uzlových admitancií}. \quad (1.17)$$

Matica uzlových prúdov je tvorená:

$$\begin{bmatrix} I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I^* \\ I^* \\ I^* \end{bmatrix}, \quad (1.18)$$

$[I]$ – matica napájajúcich prúdov, obsahuje prvky (I_1, \dots, I_{k-1}),

$[I^*]$ – matica záťažných prúdov, obsahuje prvky ($-I_{k-z}^*, \dots, -I_{k-1}^*$).

Rovnicu (1.15) teda môžeme napísť v tvare:

$$\begin{bmatrix} I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y \end{bmatrix} \cdot [U], \quad (1.19)$$

resp.

$$\begin{bmatrix} [\bar{Y}_{11}] & [\bar{Y}_{12}] \\ [\bar{Y}_{21}] & [\bar{Y}_{22}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} [U^*] \\ [U^*] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I^*] \\ [I^*] \end{bmatrix}. \quad (1.20)$$

Roznásobením tohto vzťahu dostaneme:

$$[\bar{Y}_{11}] \cdot [U^*] + [\bar{Y}_{12}] \cdot [U^*] = [I^*], \quad (1.21)$$

$$[\bar{Y}_{21}] \cdot [U^*] + [\bar{Y}_{22}] \cdot [U^*] = [I^*]. \quad (1.22)$$

Z druhej rovnice určíme:

$$[U^*] = [\bar{Y}_{22}]^{-1} \cdot ([I^*] - [\bar{Y}_{21}] \cdot [U^*]). \quad (1.23)$$

Dosadením do prvej rovnice dostaneme:

$$[I^*] = [\bar{Y}_{11}] \cdot [U^*] + [\bar{Y}_{12}] \cdot [\bar{Y}_{22}]^{-1} \cdot ([I^*] - [\bar{Y}_{21}] \cdot [U^*]). \quad (1.24)$$

Postup riešenia elektrickej siete pomocou MUN závisí od konkrétneho zadania.

a) Ak sú zadané napájacie prúdy $[I^*]$, zostrojíme:

1. $[Y], [K_r], [I^*], [I^*]$, kde $[Y] = [Z]^{-1}$ – diagonálna matica vetrových admitancií,
2. $[\bar{Y}] = [K_r]^T \cdot [Y] \cdot [K_r]$,
3. $[U] = [\bar{Y}]^{-1} \cdot [I^*]$,
4. $[\Delta U] = [K_r] \cdot [U]$,
5. $[I] = [Y] \cdot [\Delta U]$.

b) Ak sú zadané napájacie napäcia $[U^*]$, zostrojíme:

3. $[U^*] = [\bar{Y}_{22}]^{-1} \cdot ([I^*] - [\bar{Y}_{21}] \cdot [U^*])$,
4. $[U] = \begin{bmatrix} [U^*] \\ [U^*] \end{bmatrix}$,
5. $[\Delta U] = [K_r] \cdot [U]$,
6. $[I] = [Y] \cdot [\Delta U]$,

alebo 1. a 2. rovnako,

$$3. [I^*] = [\bar{Y}_{11}] \cdot [U^*] + [\bar{Y}_{12}] \cdot [\bar{Y}_{22}]^{-1} \cdot ([I^*] - [\bar{Y}_{21}] \cdot [U^*]),$$

$$4. [\bar{I}] = \begin{bmatrix} I^* \\ I^* \end{bmatrix},$$

$$5. [U] = [\bar{Y}]^{-1} \cdot [\bar{I}],$$

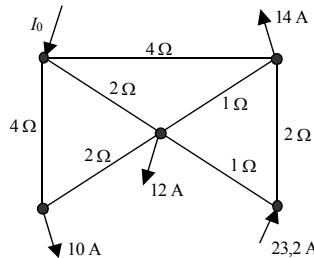
$$6. [\Delta U] = [K_r] \cdot [U],$$

$$7. [I] = [Y] \cdot [\Delta U].$$

Príklad 1.1

Metódou uzlových napäť vypočítajte rozdelenie prúdov a úbytky na-
päť vo vетvach siete, ak

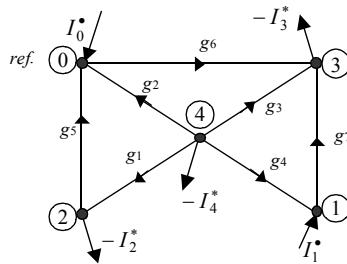
a) sú dané napájacie prúdy (obr. 1.9)



Obr. 1.9

Postup výpočtu:

1. Urobíme topologickú prípravu siete, t. j. pre danú sieť očísľujeme uzly (najprv napájacie, v našom prípade 0 – 1, potom odberové 2 – 3 – 4). Jeden z napá-
jaciých uzlov zvolíme za referenčný – uzol 0. Označíme a ľubovoľne orientujeme všetky vety siete a vypočítame ich vodivosti. Vo všetkých uzloch siete
vyznačíme prúdy (rozlišujeme napájacie a odberové). Sieť po topologickej
príprave je na obr. 1.10.



Obr. 1.10

2. Z topológie na obr. 1.10 vytvoríme nasledovné matice:

– diagonálnu maticu vetvových admitancií

$$[Y] = [G] = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix},$$

– redukovanú 1. incidenčnú maticu

$$[K_r] = \begin{bmatrix} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ v_1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ v_2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ v_3 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ v_4 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ v_5 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_6 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ v_7 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Pozn. Uzol 0 je referenčný, v matici $[Kr]$ sa vynecháva. Matica $[Kr]$ je tvorená prvkami: -1, ak vetva vchádza do uzla: 1, ak vetva vychádza z uzla: 0, ak vetva nie je incidentná s príslušným uzlom.

– stĺpcovú maticu napájajúcich prúdov $[I^{\bullet}] = [23,2]$,

– stĺpcovú maticu záťažných prúdov $[I^*] = \begin{bmatrix} -10 \\ -14 \\ -12 \end{bmatrix}$,

– celkovú stĺpcovú maticu uzlových prúdov .

$$[\bar{I}] = \begin{bmatrix} [I^{\bullet}] \\ [I^*] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 23,2 \\ -10 \\ -14 \\ -12 \end{bmatrix}.$$

3. Vypočítame uzlovú admitančnú maticu

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= [K_r]^T \cdot [Y] \cdot [K_r] = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_4 + g_7 & 0 & -g_7 & -g_4 \\ 0 & g_1 + g_5 & 0 & -g_1 \\ -g_7 & 0 & g_3 + g_6 + g_7 & -g_3 \\ -g_4 & -g_1 & -g_3 & g_1 + g_2 + g_3 + g_4 \end{bmatrix} = \\ &= \left[\begin{array}{c|ccc} \bar{Y}_{11} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \bar{Y}_{12} & 0 & 0,75 & 0 & -0,5 \\ \bar{Y}_{21} & -0,5 & 0 & 1,75 & -1 \\ \bar{Y}_{22} & -1 & -0,5 & -1 & 3 \end{array} \right]. \end{aligned}$$

Túto maticu môžeme zostaviť aj priamo z topologickej prípravy siete podľa nasledovných pravidiel: prvky hlavnej diagonály (v našom prípade g_{ii}) sú tvorené súčtom admitancií všetkých vetiev, ktoré sú incidentné s i -tym uzlom. Prvky mimo hlavnej diagonály g_{ij} tvoria záporne vzaté admitancie vetiev, ktoré sú incidentné s i -tym a j -tym uzlom.

4. Ďalej určíme:

- maticu uzlových napäťí

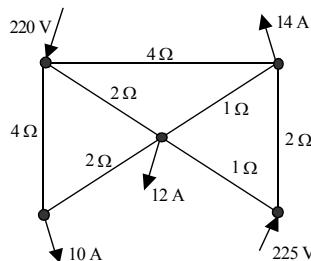
$$[U] = \bar{Y}^{-1} \cdot \bar{I} = \begin{bmatrix} 1,5 & 0 & -0,5 & -1 \\ 0 & 0,75 & 0 & -0,5 \\ -0,5 & 0 & 1,75 & -1 \\ -1 & -0,5 & -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 23,2 \\ -10 \\ -14 \\ -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -19,77 \\ -12,09 \\ -9,66 \end{bmatrix},$$

- maticu úbytkov napäti vo vetevach a maticu prúdov vo vetevach

$$[\Delta U] = [K_r] \cdot [U] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ -19,77 \\ -12,09 \\ -9,66 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10,11 \\ -9,66 \\ 2,43 \\ -14,66 \\ -19,77 \\ 12,09 \\ 17,09 \end{bmatrix},$$

$$[I] = [Y] \cdot [\Delta U] = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10,11 \\ -9,66 \\ 2,43 \\ -14,66 \\ -19,77 \\ 12,09 \\ 17,09 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,06 \\ -4,83 \\ 2,43 \\ -14,66 \\ -4,94 \\ 3,02 \\ 8,55 \end{bmatrix}.$$

b) sú dané napájacie napäcia (obr. 1.11)



Obr. 1.11

Postup výpočtu:

1. Rovnako ako v prípade a) urobíme topologickú prípravu siete (obr. 1.10) a vytvoríme:
 - diagonálnu maticu vetevových admitancií $[Y]$,
 - redukovanú 1. incidenčnú maticu $[K_r]$,
 - maticu uzlových záťažných prúdov $[I^*]$,
 - uzlovú admitančnú maticu $[\bar{Y}]$.

2. Určíme maticu uzlových napäť napájacích uzlov
 $[U^*] = [U_1^*] = [225 - 220] = [5]$.
3. Maticu $[\bar{Y}]$ rozdelíme na submatice (podľa napájacích a záťažných uzlov) a vypočítame napäťa v záťažných uzloch podľa vzťahu

$$[U^*] = [\bar{Y}_{22}]^{-1} \cdot ([I^*] - [\bar{Y}_{21}] \cdot [U^*]) = \begin{bmatrix} U_2^* \\ U_3^* \\ U_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -19,77 \\ -12,09 \\ -9,66 \end{bmatrix}.$$

4. Zlúčením matíc $[U^*]$ a $[U^*]$ a dostaneme celkovú maticu uzlových napäť, t. j.

$$[U] = \begin{bmatrix} U_1^* \\ U_2^* \\ U_3^* \\ U_4^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -19,77 \\ -12,09 \\ -9,66 \end{bmatrix}.$$

5. Vypočítame maticu úbytkov napäti vo vетvach a maticu prúdov vo vетvach

$$[\Delta U] = [K_r] \cdot [U] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 \\ -19,77 \\ -12,09 \\ -9,66 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10,11 \\ -9,66 \\ 2,43 \\ -14,66 \\ -19,77 \\ 12,09 \\ 17,09 \end{bmatrix},$$

$$[I] = [Y] \cdot [\Delta U] = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10,11 \\ -9,66 \\ 2,43 \\ -14,66 \\ -19,77 \\ 12,09 \\ 17,09 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5,06 \\ -4,83 \\ 2,43 \\ -14,66 \\ -4,94 \\ 3,02 \\ 8,55 \end{bmatrix}.$$

V prípade, že v niektojej vete nám vyjde prúd so záporným znamienkom, jeho skutočný smer je opačný s vyznačením orientácie vety.

1.3 METÓDA SLUČKOVÝCH PRÚDOV (MSP)

Podstatou MSP je vyjadrenie prúdov v jednotlivých vetvách siete pomocou prúdov v nezávislých slučkách. Opäť predpokladáme sieť s k uzlami z toho z je zátažných. Topologická príprava siete:

- zostrojíme kostru zapojenia siete,
- zvolíme referenčný uzol (jeden z napájačov),
- očísľujeme napájacie uzly (0, 1, 2, ..., k-z-1) a zátažné uzly (k-z, k-z+1, ..., k-1),
- zvolíme si úplný strom kostry siete,
- zostrojíme úplný systém orientovaných hlavných ciest (referenčný uzol je ich koncovým uzlom) a označíme ich $I_1, I_2, \dots, I_{k-z-1}$ pre napájacie uzly, - $I_{k-z}^*, I_{k-z+1}^*, \dots, I_{k-1}^*$ pre zátaže,
- označíme a orientujeme vetvy siete,
- zostrojíme úplný systém nezávislých slučiek. Ak sú nezávislé vetvy označené $v_{m+1}, v_{m+2}, \dots, v_{m+n}$, nezávislé slučky označíme $I'_{m+1}, I'_{m+2}, \dots, I'_{m+n}$, pričom m je počet vetiev úplného stromu kostry siete, n je počet nezávislých slučiek.

Pre maticu vetrových prúdov platí:

$$[I] = [\hat{C}] \cdot [\hat{i}], \quad (1.25)$$

kde

$$[I] = \begin{bmatrix} I_1 \\ M \\ I_L \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

- stĺpcová matica vetrových prúdov, l je počet vetiev v sieti,

$$[\hat{C}] = [C^\bullet \quad C^* \quad C'] \quad - \text{rozšírená druhá incidenčná matica}, \quad (1.27)$$

$$[\hat{i}] = \begin{bmatrix} I^\bullet \\ I^* \\ I' \end{bmatrix} \quad - \text{stĺpcová matica slučkových prúdov, pričom} \quad (1.28)$$

- | | |
|---------|---|
| $[I]$ | - matica napájacích prúdov, obsahuje prvky ($I_1, I_2, \dots, I_{k-z-1}$), |
| $[I^*]$ | - matica zátažných prúdov, obsahuje prvky (- $I_{k-z}^*, I_{k-z+1}^*, \dots, I_{k-1}^*$), |
| $[I']$ | - matica slučkových prúdov nezávislých slučiek, obsahuje prvky ($I'_{m+1}, I'_{m+2}, \dots, I'_{m+n}$). |

Jeden z napájačov sme zvolili za vziaľný (v uzle 0), jeho prúd je lineárnom kombináciu ostatných napájacích a zátažných prúdov. Preto sa tento prúd v matici $[I']$ nevyskytuje. Ak by v niektorom uzle neboli napájač ani zátaž, je prí-

slušný prvok v matici nulový. Maticu vettových napäťí (úbytky napäcia v jednotlivých vettách) určíme z Ohmovho zákona, t. j.

$$[\Delta U] = [Z] \cdot [I], \quad (1.29)$$

kde

$[Z]$ – matica vettových impedancií,

$[I]$ – matica vettových prúdov, z predchádzajúceho vzťahu sa vyjadrí ako:

$$[I] = [Y] \cdot [\Delta U], \quad (1.30)$$

kde je matica vettových admitancií, pre ktorú platí:

$$[Y] = [Z]^{-1}. \quad (1.31)$$

Medzi maticou vettových a slučkových prúdov platí vzťah:

$$[I] = [\hat{C}] \cdot [\hat{I}]. \quad (1.32)$$

Vynásobením rovnice (1.29) zľava $[\hat{C}]^T$ výrazom a použitím (1.32) dostaneme:

$$[\hat{C}]^T \cdot [\Delta U] = [\hat{C}]^T \cdot [Z] \cdot [I], \quad (1.33)$$

$$[\hat{C}]^T \cdot [\Delta U] = [\hat{C}]^T \cdot [Z] \cdot [\hat{C}] \cdot [\hat{I}], \quad (1.34)$$

$$[\hat{U}] = [\hat{Z}] \cdot [\hat{I}], \quad (1.35)$$

kde

$[\hat{Z}]$ – matica slučkových impedancií,

$[\hat{U}]$ – matica slučkových napäťí, je tvorená:

$$[\hat{U}] = \begin{bmatrix} U^* \\ U^* \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.36)$$

kde

$[U^*]$ – matica uzlových napäťí napájacích uzlov, obsahuje prvky ($U_1^*, U_2^*, \dots, U_{k-z}^*$),

$[U^*]$ – matica uzlových napäťí záťažných uzlov, obsahuje prvky ($U_{k-z}^*, U_{k-z+1}^*, \dots, U_{k-1}^*$)

$[0]$ – nulová matica slučkových napäťí nezávislých slučiek.

Rovnicu (1.35) môžeme rozpísat:

$$\begin{bmatrix} U^* \\ U^* \\ [0] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{11} \\ \hat{Z}_{21} \\ \hat{Z}_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_{12} \\ \hat{Z}_{22} \\ \hat{Z}_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{Z}_{13} \\ \hat{Z}_{23} \\ \hat{Z}_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I^* \\ I^* \\ [I] \end{bmatrix}, \quad (1.37)$$

$[\hat{Z}_{11}]$ až $[\hat{Z}_{33}]$ sú submatice vzniknuté rozdelením matice $[\hat{Z}]$ podľa matíc napájacích, záťažných a slučkových prúdov.

Roznásobením rovnice (1.37) dostaneme:

$$[U^*] = [\hat{Z}_{11}] \cdot [I^*] + [\hat{Z}_{12}] \cdot [I^*] + [\hat{Z}_{13}] \cdot [I], \quad (1.38)$$

$$[U^*] = [\hat{Z}_{21}] \cdot [I^*] + [\hat{Z}_{22}] \cdot [I^*] + [\hat{Z}_{23}] \cdot [I], \quad (1.39)$$

$$[0] = [\hat{Z}_{31}] \cdot [I^*] + [\hat{Z}_{32}] \cdot [I^*] + [\hat{Z}_{33}] \cdot [I]. \quad (1.40)$$

Maticu $[I]$ dostaneme vyjadrením z rovnice (1.40), t. j.

$$[I] = [\hat{Z}_{33}]^{-1} \cdot (-[\hat{Z}_{31}] \cdot [I^*] - [\hat{Z}_{32}] \cdot [I^*]). \quad (1.41)$$

Vyjadrením matice $[I]$ z rovnice (1.38) a dosadením (1.41) do tejto rovnice dostaneme:

$$[I^*] = \left([I] - [\hat{Z}_{11}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{13}] \cdot [\hat{Z}_{33}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{31}] \right)^{-1} \cdot [\hat{Z}_{11}]^{-1} \cdot \left([U^*] - \left([\hat{Z}_{12}] - [\hat{Z}_{13}] \cdot [\hat{Z}_{32}] \right) \cdot [\hat{Z}_{33}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{32}] \right). \quad (1.42)$$

Postup riešenia elektrickej siete pomocou MSP závisí od konkrétneho zadania.

a) Ak máme známe napájacie prúdy, zostrojíme:

$$1. [Z], [I^*], [I^*], [\hat{C}],$$

$$2. [\hat{Z}] = [\hat{C}]^T \cdot [Z] \cdot [\hat{C}],$$

$$3. [I] = [\hat{Z}_{33}]^{-1} \cdot (-[\hat{Z}_{31}] \cdot [I^*] - [\hat{Z}_{32}] \cdot [I^*]),$$

$$4. \quad [\hat{I}] = \begin{bmatrix} [I^*] \\ [I^*] \\ [I^*] \end{bmatrix},$$

$$5. \quad [I] = [\hat{C}] \cdot [\hat{I}],$$

$$6. \quad [\Delta U] = [Z] \cdot [I].$$

b) Ak máme známe napájacie napäcia, zostrojíme:

$$1. \quad [Z], [U^*], [I^*], [\hat{C}],$$

$$2. \quad [\hat{Z}] = [\hat{C}]^T \cdot [Z] \cdot [\hat{C}],$$

$$3. \quad [I^*] = \left([I] - [\hat{Z}_{11}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{13}] \right)^{-1} \cdot [\hat{Z}_{11}]^{-1} \cdot \left([U^*] - \left([\hat{Z}_{12}] - [\hat{Z}_{13}] \cdot \left([\hat{Z}_{33}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{31}] \right) \right) \cdot [I^*] \right),$$

$$4. \quad [I'] = [\hat{Z}_{33}]^{-1} \cdot \left(-[\hat{Z}_{31}] \cdot [I^*] - [\hat{Z}_{32}] \cdot [I^*] \right),$$

$$5. \quad [\hat{I}] = \begin{bmatrix} [I^*] \\ [I^*] \\ [I'] \end{bmatrix},$$

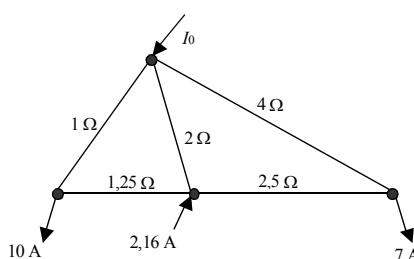
$$6. \quad [I] = [\hat{C}] \cdot [\hat{I}], [U^*] = [\hat{Z}_{21}] \cdot [I^*] + [\hat{Z}_{22}] \cdot [I^*] + [\hat{Z}_{23}] \cdot [I'],$$

$$7. \quad [\Delta U] = [Z] \cdot [I].$$

Príklad 1.2

Metódou slučkových prúdov vypočítajte rozdelenie prúdov a úbytky napäti vo vetvach siete, ak

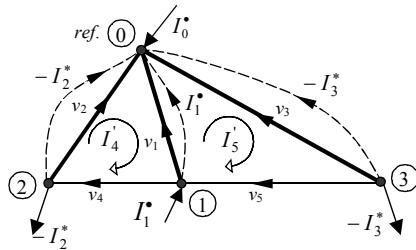
a) sú dané napájacie prúdy (Obr. 1.12)



Obr. 1.12

Postup výpočtu:

- Urobíme topologickú prípravu siete, t. j. pre danú sieť vytvoríme kostru, v ktorej očísľujeme uzly (najprv napájacie, v našom prípade 0 – 1, potom odberové 2 – 3). Jeden z napájacích uzlov zvolíme za referenčný, napr. uzol 0. Vo vytvorenej kostre siete si zvolíme úplný strom a vyznačíme úplný systém orientovaných hlavných ciest. Ďalej označíme a orientujeme všetky vety siete, zostrojíme úplný systém nezávislých slučiek a orientujeme ich (Obr. 1.13).



Obr. 1.13

- Z topológie siete podľa obr. 1.13 vytvoríme nasledovné matice:

– diagonálnu maticu vtvorových impedancií

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,5 \end{bmatrix},$$

– rozšírenú druhú incidenčnú maticu

$$[\hat{C}] = \begin{bmatrix} I_1^* & -I_2^* & -I_3^* & I_4^* & I_5^* \\ v_1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ v_2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ v_3 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ v_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Matica $[\hat{C}]$ je tvorená: „1“, ak vetva a príslušný prúd majú súhlasnú orientáciu „-1“, ak vetva a príslušný prúd majú opačnú orientáciu, „0“, ak vetva a príslušný prúd nie sú navzájom incidentné.

- maticu uzlových napájajúcich prúdov

$$[I^{\bullet}] = [2,16],$$

- maticu uzlových záťažných prúdov (so zápornými znamienkami)

$$[I^*] = \begin{bmatrix} -I_2^* \\ -I_3^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ -7 \end{bmatrix}.$$

3. Vytvoríme maticu slučkových impedancií

$$[\hat{Z}] = [\hat{C}]^T \cdot [Z] \cdot [\hat{C}] = -I_3^* \begin{bmatrix} I_1^* & -I_2^* & -I_3^* & I_4^* & I_5^* \\ Z_1 & 0 & 0 & -Z_1 & Z_1 \\ -I_2^* & 0 & Z_2 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & 0 & Z_2 & 0 \\ -I_3^* & 0 & 0 & Z_3 & -Z_3 \\ I_4^* & -Z_1 & Z_2 & 0 & -Z_1 \\ I_5^* & Z_1 & 0 & -Z_3 & Z_1 + Z_3 + Z_5 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{Z}_{11} & \hat{Z}_{12} & \hat{Z}_{13} \\ \hat{Z}_{21} & \hat{Z}_{22} & \hat{Z}_{23} \\ \hat{Z}_{31} & \hat{Z}_{32} & \hat{Z}_{33} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I_1^* & -I_2^* & -I_3^* & I_4^* & I_5^* \\ 2 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ -I_2^* & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -I_3^* & 0 & 0 & 4 & 0 \\ I_4^* & -2 & 1 & 0 & 4,25 \\ I_5^* & 2 & 0 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

Maticu $[\hat{Z}]$ môžeme zostrojiť aj priamo z topologickej prípravy siete pri dodržaní nasledovných pravidiel: prvky hlavnej diagonály \hat{Z}_{rr} sú dané algebraickým súčtom impedancií všetkých vetiev, ktoré sú incidentné s r - tou slučkou alebo hlavnou cestou. Prvky mimo hlavnej diagonály \hat{Z}_{rs} sú tvorené algebraickým súčtom impedancií všetkých vetiev, ktoré sú súčasne incidentné s r - tou a s - tou slučkou, resp. hlavnou cestou. Pritom znamienko scítancov je kladné, ak je orientácia slučky, resp. hlavnej cesty v spoločnej vetve zhodná (v opačnom prípade je znamienko záporné).

4. Vypočítame maticu slučkových prúdov nezávislých slučiek

$$[I'] = [\hat{Z}_{33}]^{-1} (-[\hat{Z}_{31}] \cdot [I^{\bullet}] - [\hat{Z}_{32}] \cdot [I^*]) = \begin{bmatrix} I_4^* \\ I_5^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,78 \\ -3,38 \end{bmatrix}.$$

5. Určíme celkovú maticu slučkových prúdov

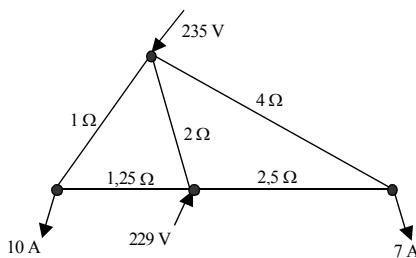
$$[\hat{I}] = \begin{bmatrix} I_1^* \\ I_2^* \\ I_3^* \\ I_4^* \\ I_5^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^* \\ I_2^* \\ I_3^* \\ I_4^* \\ I_5^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,16 \\ -10 \\ -7 \\ 1,78 \\ -3,38 \end{bmatrix}.$$

6. Vypočítame maticu prúdov vo vettvách a maticu úbytkov napäti vo vettvách

$$[I] = [\hat{C}] \cdot [\hat{I}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2,16 \\ -10 \\ -7 \\ 1,78 \\ -3,38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -8,22 \\ -3,62 \\ 1,78 \\ -3,38 \end{bmatrix},$$

$$[\Delta U] = [Z] \cdot [I] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -8,22 \\ -3,62 \\ 1,78 \\ -3,38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -8,22 \\ -14,48 \\ 2,23 \\ -8,45 \end{bmatrix}.$$

b) sú dané napájacie napäcia (Obr. 1.14)



Obr. 1.14

Postup výpočtu:

- Rovnako ako v prípade a) urobíme topologickú prípravu siete (Obr. 1.13) a zostrojíme:
 - diagonálnu maticu vettových impedancií $[Z]$,
 - rozšírenú druhú incidenčnú maticu $[\hat{C}]$,
 - maticu slučkových impedancií $[\hat{Z}]$,
 - maticu uzlových zátažných prúdov $[I^*]$.

2. Určíme maticu uzlových napájacích napäťí

$$[U^\bullet] = [U_1^\bullet] = [229 - 235] = [-6].$$

3. Určíme maticu napájacích prúdov a maticu prúdov v lineárne nezávislých slučkách podľa vzťahov (1.42) a (1.41)

$$[I^\bullet] = \left([1] - [\hat{Z}_{11}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{13}] \cdot [\hat{Z}_{33}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{31}] \right)^{-1} \cdot [\hat{Z}_{11}]^{-1} \cdot$$

$$\cdot \left([U^\bullet] - \left([\hat{Z}_{12}] - [\hat{Z}_{13}] \cdot [\hat{Z}_{33}]^{-1} \cdot [\hat{Z}_{32}] \right) \cdot [I^*] \right) = [I_1^\bullet] = [2, 16],$$

$$[I'] = [\hat{Z}_{33}]^{-1} \left(-[\hat{Z}_{31}] \cdot [I^\bullet] - [\hat{Z}_{32}] \cdot [I^*] \right) = \begin{bmatrix} I_4' \\ I_5' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,78 \\ -3,38 \end{bmatrix}.$$

4. Zlúčením matíc $[I^\bullet]$, $[I^*]$, $[I']$ dostaneme celkovú maticu slučkových prúdov

$$[\hat{I}] = \begin{bmatrix} I_1^\bullet \\ I^* \\ I' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1^\bullet \\ -I_2^* \\ -I_3^* \\ I_4' \\ I_5' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2,16 \\ -10 \\ -7 \\ 1,78 \\ -3,38 \end{bmatrix}.$$

5. Vypočítame maticu prúdov vo vetvach a maticu úbytkov napäťí vo vetvach

$$[I] = [\hat{C}] \cdot [\hat{I}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,16 \\ -10 \\ -7 \\ 1,78 \\ -3,38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ -8,22 \\ -3,62 \\ 1,78 \\ -3,38 \end{bmatrix},$$

$$[\Delta U] = [Z] \cdot [I] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1,25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2,5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 \\ -8,22 \\ -3,62 \\ 1,78 \\ -3,38 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -8,22 \\ -14,48 \\ 2,23 \\ -8,45 \end{bmatrix}.$$

V prípade, že v niektornej vetve nám vyjde prúd so záporným znamienkom, jeho skutočný smer je opačný s vyznačením orientácie vetvy.